

SESIÓN 11

LA CIRCUNFERENCIA

I. CONTENIDOS:

1. Circunferencia.
2. Ecuaciones la circunferencia con centro en el origen.
3. Ecuación de la circunferencia con centro fuera del origen.

II. OBJETIVOS:

Al término de la Sesión, el alumno:

- Analizará la forma general de la ecuación de la circunferencia.
- Identificará la ecuación de la circunferencia con centro en el origen.
- Manejará la ecuación de la circunferencia con centro fuera del origen.
- Comprenderá la transformación de las ecuaciones a la forma general.
- Describirá cómo obtener el valor del radio y las coordenadas del centro partiendo de la ecuación general.
- Utilizará las distintas formas de la ecuación para la circunferencia.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- ¿Por qué es importante el estudio de la circunferencia?
- ¿Cuál figura geométrica es más importante para los problemas reales, el triángulo o la circunferencia? ¿Por qué?

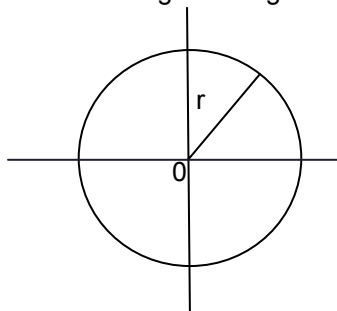
IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1. La circunferencia

Se define como el lugar geométrico de todos los puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro. En este caso será indispensable conocer el centro y el radio de la circunferencia.

2.1. Ecuación de la circunferencia con centro en el origen

En base a la siguiente figura es como se determina la ecuación de una circunferencia.



C (0,0)
La ecuación es: $x^2 + y^2 = r^2$

Ejemplo:

Determinar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y radio de 8.

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = (8)^2$$

$$x^2 + y^2 = 64$$

3.1. Ecuación de la circunferencia fuera del origen

Si el centro de la circunferencia está fuera del origen sus coordenadas son: C (h , k)

Y la ecuación se escribe: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Ejemplo 1:

Determinar la ecuación de la circunferencia de centro $(-8, 3)$ y radio de 5

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - (-8))^2 + (y - 3)^2 = (5)^2$$

$$(x + 8)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

Ejemplo 2:

Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(5,3)$ y tiene su centro en $(2,-4)$. En este caso $C(2,-4)$ pero el radio no se conoce. El otro dato servirá para determinar el radio puesto que la distancia del punto $(5,3)$ al centro será ese dato, ya que ese punto es parte de la circunferencia. Distancia entre $(5,3)$ y $(2,-4)$

$$D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$D = \sqrt{(2 - 5)^2 + (-4 - 3)^2}$$

$$D = \sqrt{(-3)^2 + (-7)^2}$$

$$D = \sqrt{9 + 49}$$

$$D = \sqrt{58}$$

$$\text{Por lo que } r = \sqrt{58}$$

Ahora se sustituye el radio y el centro en la ecuación de la circunferencia.

$$C(2, -4) \quad r = \sqrt{58}$$

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 = (\sqrt{58})^2$$

$$(x-2)^2 + (y+4)^2 = 58$$

V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:**A. Resuelve los siguientes ejercicios.**

1. Los extremos del diámetro de una circunferencia son los puntos $A(2,3)$ y $B(-4,5)$. Determina la ecuación de la circunferencia.
2. Encuentra la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto $(-4,-1)$ y que es tangente a la recta $3x + 2y - 12 = 0$
3. Determina la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(7,-5)$ y cuyo centro es el punto de intersección de las rectas $7x-9y-10=0$ y $2x-5y+2=0$ (El centro se encuentra resolviendo el sistema)

B. Resuelve en equipo el Problema Reto.

Una circunferencia pasa por los puntos $A(-3, 3)$ y $B(1,4)$ y su centro está sobre la recta:

- $3x - 2y - 23 = 0$ Determina su ecuación.